

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**14 februarie 2009**

**CLASA a VII-a**

1. Să se determine valorile întregi ale lui  $x$  pentru care expresia:

$$E(x) = \frac{\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}}{x-7}$$

este întreagă.

2. Fie  $[BM]$  mediană în  $\triangle ABC$ . Dacă  $AD$  este mediatoarea segmentului  $[BM]$ ,  $D \in (BM)$ ,

$AD \cap BC = \{P\}$  iar  $MT \perp AP$  unde  $T \in [BC]$ , să se arate că:

a)  $\triangle BMT$  este dreptunghic;

b)  $[MP] \equiv [TC]$ ;

c) dacă  $m(\widehat{MBC}) = 30^\circ$ , să se calculeze  $m(\widehat{BAC})$ .

3. Demonstrați inegalitatea

$$RMT \quad \frac{\sqrt{1 \cdot 2}}{3} + \frac{\sqrt{2 \cdot 3}}{5} + \frac{\sqrt{3 \cdot 4}}{7} + \frac{\sqrt{4 \cdot 5}}{9} + \frac{\sqrt{5 \cdot 6}}{11} < \frac{5}{2}$$

4. Se consideră trapezul  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ , în care  $[AB] \equiv [BC]$ . Perpendiculara în  $C$  pe  $AC$  intersectează dreapta  $AD$  în  $N$  și dreapta  $AB$  în  $E$ . Dacă  $\{M\} = BN \cap DC$ , demonstrați că  $M$  este mijlocul segmentului  $[DC]$ .

*E. Blăguț, Bacău (G.M.nr.9/2008)*

**Notă:**

- toate subiectele sunt obligatorii;
- timp de lucru: trei ore;

fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la